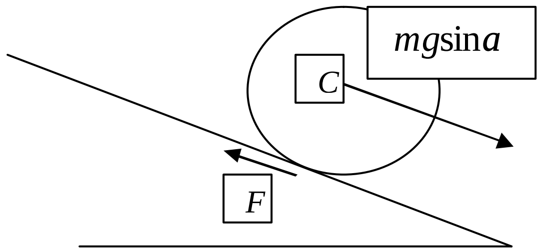
Oversendes Arge E.E. 20.11.07

En krafts angrepspunkt er et viktig begrep i mange sammenhenger:
Moment, arbeid, kraft og motkraft, frigjøring av system, oppdeling i indre og ytre krefter.
Det virker søkt å snakke om forskjellige ”modeller” ved definisjon av arbeid. Vi bør holde oss til den definisjon som vi finner i den rasjonelle mekanikk:
Arbeid = angrepspunktets forflytning gange kraften i forskyvningens retning. Se for eksempel Goldstein s 3 (*) eller Alfonso-Finn I s187 (*)

Ved kraft på et legeme som kan rotere om en akse, finner man at arbeidet er lik moment gange dreievinkel. ”Tyngdepunktmodellen” er ikke til stor hjelp her.

<u>Kule på skråplan</u>



Homogen kule, radius r, masse m. Treghetsmoment om diameter $I_0 = \frac{2}{5}mr^2$. Vi regner at det <u>ikke er rullemotstand</u>, bare statisk friksjon F som sørger for <u>ren rulling</u>. OBS: Dersom skråplanet er uendelig glatt, vil kula bare skli. Rullemotstand har vi når det harde underlaget er dekket av for eksempel et teppe med sne. Da vil sneen presses sammen foran, noe som betyr at kula utfører et arbeid på sneen.

Hvor stor er så den statiske friksjonen F når ren rulling finner sted?

Spinn om C i relativbevegelsen om C $= I_0 w \quad (w = \frac{v}{r})$

Krefters moment om C $= F\,r$

Spinnsats $Fr = I_0 \frac{dw}{dt}$ dvs $Fr = I_0 \frac{a}{r}$ (1)

Dessuten har vi Newtons 2. lov $mg \sin a - F = ma$ (2)

(1) og (2) gir $F = \frac{2}{7} mg \sin a$ (3)

Og $a = \frac{5}{7} g \sin a$ (4)

Går tilbake til Newtons 2. lov (om forandring av impuls per tid). Multipliserer ligning (2) med hastigheten v.

$$(mg\sin a - F)\cdot v = m\frac{dv}{dt}\cdot v \quad \text{dvs} \quad \frac{d}{dt}[(mg\sin a - F)\cdot s] = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}mv^2\right]$$

Vi lar bevegelsen starte ved $s = 0$, og får

$$mg\sin a\cdot s - Fs = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5)$$

Dvs

$$mg\sin a\cdot s = Fs + \frac{1}{2}mv^2 \quad (6)$$

Når størrelsene uttrykkes ved t (som er greitt siden akselerasjonen (4) er konstant), finner vi at $F\cdot s$ er rotasjonsenergien.

Dvs $F\cdot s + \frac{1}{2}mv^2$ er kinetisk energi (som Arge sier).

Eller vi ser det slik:

Spinnsatsen $Fr = I_0\frac{dw}{dt}$ multipliseres med w ($wr = v$)

Derfor gir $Fv = I_0 w\frac{dw}{dt}$ dvs $\frac{d}{dt}(Fs) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}I_0 w^2\right)$

$$Fs = \frac{1}{2}I_0 w^2 \text{ (som er uttrykket for rotasjonsenergi)}$$

Alt dette viser interessante ting:

- Kraften virker hele tiden på et stillestående punkt på kula, så F utfører ikke noe arbeid. Men F deltar i impulsregnskapet som gir en energiligning. Her opptrer leddet Fs, som ikke betyr arbeid, men rotasjonsenergi.
- Hvordan kan Fs være rotasjonsenergi? Vi ser at F også opptrer i spinnsatsen, hvor den er ansvarlig for kulas spinn om sentrum C. Men at kula får et spinn om C betyr at den får rotasjonsenergi.
- Indirekte er F årsak til rotasjonsenergien, selv om F ikke utfører noe arbeid.

Herbert Goldstein Classical Mechanics second edition Addision and Wesley
Alfonso-Finn vol I s 187