Tempograf og lommeregner

Bevegelseslære har en selvfølgelig plass i alle innføringskurs i fysikk. Av historiske grunner må Galileis arbeid bli berørt. Viktigere er det å knytte den teori elevene lærer til observasjoner som er lett tilgjengelig. Tempografen er et godt hjelpemiddel. På en enkel måte får elevene et sett punkter som gir samhørende verdier av tid og posisjon. Bevegelsen er fanget inn og kan gjøres til gjenstand for analyse. Idéen er god, men ofte fungerer den dårlig. Det regneskjema som vanligvis blir brukt, gir mye arbeid og flytter elevenes oppmerksomhet fra bevegelsen til regneprosessen. Avlesningsusikkerheten fører også til at metoden gir forvirrende spredning i resultatene.

Alle elevene på fysikkursene har nå lommeregnere med grafisk vindu. Disse lommeregnerne har program for regresjonsanalyse og behandling av lister. Tar vi dette hjelpemiddelet i bruk, blir behandling av måledata enklere og mer oversiktlig.

I

En måleserie fra tempograf

På en strimmel som har blitt trukket gjennom en tempograf av et lodd i ”fritt” fall har vi noe over 40 punkter. Tempografen er drevet av vekselspenning som følger nettfrekvensen. Det gir 100 slag i sekundet. Flere merker tett på hverandre tolker vi som videre svingninger i tempografen. Målingene blir tatt på første merke i hver gruppe av merker. Vi velger et punkt som viser at loddet har falt et lite stykke som nullpunkt. For å utnytte hele forløpet måler vi avstandene fra nullpunktet til annet hvert avtrykk, Det gir følgende tabell:

s / ms^{-1}	0,0190	0,0415	0,0665	0,0960	0,1290	0,1668	0,2085	0,2520	0,3015
t / s	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18

0,3500	0,4112	0,4740	0,5360	0,6010	0,6730	0,7450	0,8260	0,9078	0,9940
0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38

<u>En enkel undersøkelse</u>

Gjennomsnittsfarten ved tiden 0,04 s kan settes til v_o = (0,0665 – 0,0190)m / (0,06 – 0,02) s = 1,185 m/s. Ved tiden 0,36 s får vi tilsvarende v = (0,9940 – 0,8260)/ (0,38 – 0,34) m/s = 4,20 m/s. Fartsøkningen har skjedd i løpet av t = (0,36 –0,04) s = 0,32 s. Det gir en akselerasjon

$$a = \frac{v - v_o}{t} = \frac{4{,}20 - 1{,}19}{0{,}32} m/s^2 = 9{,}4\, m/s^2$$

<u>Bruk av lommeregneren</u>

Vi åpner menyen for listebehandling og legger tidene inn i Liste 1 og posisjonene inn i Liste2. (Casio CFX-9950G) Vi går over til menyen for statistikk og velger graf. Vi legger inn Liste 1 som x-akse og Liste 2 som y-akse og får punktene fram på vinduet. Vi velger regresjon med tilpasning av 2.-grads funksjon. Når vi får tegnet grafen inn, får vi et bilde som tyder på god tilpasning.

Lommeregneren opplyser dette om regresjonskurven:

a = 4,740011425 a, b og c inngår i
b = 0,83126131 $y = a\,x^{2} + b\,x + c$
c = $-1{,}95\ 10^{-4} \approx 0$

Sammenligning med bevegelsesloven $s = v_0\, t + ½\, a\, t^{2}$ forteller om en bevegelse med akselerasjon $2 \cdot 4{,}700\ \mathrm{m/s^2} = 9{,}4\ \mathrm{m/s^2}$. Der vi begynte målingen, var farten 0,83 m/s.

Akselerasjonen er funnet på to enkle måter. Det er godt samsvar mellom resultatene. Elevene har nå mulighet for å tegne ikke bare (s,t)-graf, men også grafer for (v,t) og (a,t),

Så langt, så godt. Ved første innføring i bevegelseslære bør vi stoppe her. Det er bevegelseslæren og ikke videre behandling av måledata som må være hovedsaken. Likevel er det utilfredsstillende å forlate en måleserie uten å kunne si noe om usikkerheten i resultatet. Ved slutten av kurset er det kanskje noen elever som vil ha glede av å utnytte lommeregneren til å få et mål for usikkerheten i målingene.

II

Analyse av usikkerheten

Vi vil flytte origo slik at konstantene b og c i funksjonen $y = a\,x^{2} + b\,x + c$ blir tilnærmet lik null. Vi merker oss at med positiv a har parabelen åpning oppover. Det er lett å vise at funksjonen har minimum for $x = -\dfrac{b}{2a}$. Med a og b fra regresjonen og t for tid som variabel får vi $t = \dfrac{0{,}83126131}{2 \cdot 4{,}70011425}s = -0{,}08843s$ Vi går til menyen for arbeid med lister og bruker OPTN-knappen til danne Liste 3 der alle tider i Liste 1 er økt med 0,08843 s. Vi tegner ny graf med Liste 3 som x-akse og Liste 2 som y-akse. Regresjon gir:

a = 4,740011425
b = $-\ 8{,}923 \cdot 10^{-7} \approx 0$
c = $-\,0{,}0369492$

Vi går til menyen og velger LISTE igjen. Nå lager vi Liste 4 ved å øke alle tall i Liste 2 med 0,0369492. Vi tegner ny graf ut fra Liste 3 og Liste 4. Regresjon gir

Vi har $b \approx c \approx 0$
Nå gjenspeiler Liste 3 t –tid- og Liste 4 s -posisjon- i bevegelsesloven $s = ½\, a\, t^{2}$.

Med dette går vi igjen over til listebehandling og danner Liste 5 som

$a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot Liste4}{Liste3 \cdot Liste3}$. Dette gir en rekke verdier for akselerasjonen. I Statistikk-menyen gjør vi bruk av calc-alternativet for 1 variabel og finner middelverdi og spredning for tallene.

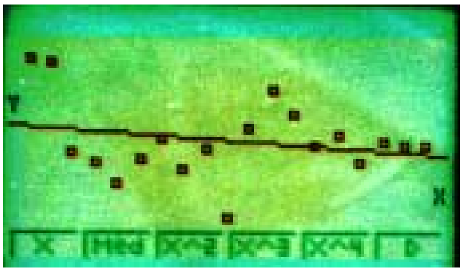
Vi kan oppgi

Loddet falt med akselerasjon $a = (9{,}4 \pm 0{,}5)\ m/s^2$

III

Analyse av resultatene

Et spørsmål gjenstår: Er avvikene fra middelverdien tilfeldige eller er det et systematisk avvik? Det kan vi belyse ved å tegne en graf der Liste 3 gir x-akse og Liste 5 gir y-akse. Vi prøver med lineær regresjon og får



a = - 0,10399
b = 9,44
r = - 0,225

Symbolene er knyttet til y = a x + b

De tilfeldige variasjonene opptrer sammen med et systematisk avvik. Jo lengre bevegelsen varer, jo lavere verdi får akselerasjonen.

Forklaring: Hver verdi for a gir ikke akselerasjonen ved målepunktet, men er den konstante akselerasjon bevegelsen måtte ha fram til målepunktet. Tempografen bremser fallet litt ved hver registrering. Forut for de siste punktene har det gått mange oppbremsinger.

IV

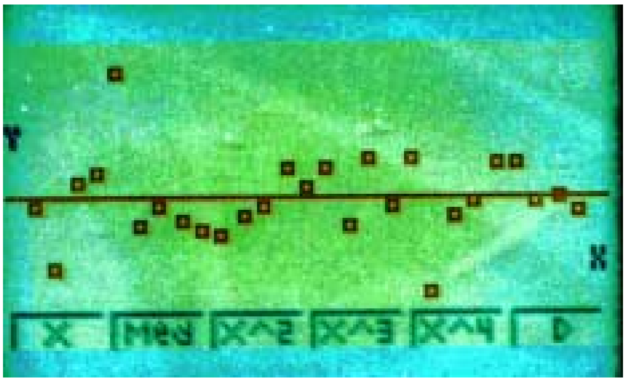
Analysen av resultatene tyder på at vi kan redusere virkningen av bremsingen fra tempografen ved å forkaste punktene lengst ute på strimmelen. Vi måler strimmelen på nytt og leser av for hvert 0,01 s.

s / ms^{-1}	0,01	0,0190	0,03	0,0415	0,055	0,0666	0,081	0,0960	0,112	0,1290	0,1475	0,1668	0,188
t / s	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13

0,2085	0,2312	0,2520	0,2786	0,3015	0,3297	0,350	0,3815	0,4112	0,4431	0,4740	0,503	0,5360	0,5685
0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27

Med samme fremgangsmåte som i II og III ovenfor finner vi:

$a = (9{,}67 \pm 0{,}05)\ m/s^{-2}$



a = 0,00187
b = 9,67
r = 0,0028
Symbolene er knyttet til y = a x + b

Nå virker spredningen mer tilfeldig fordelt. Det er fremdeles ikke et *fritt* fall, men virkningen av oppbremsingen er redusert.

Moral

- I begynneropplæringen må det være lett å se sammenhengen mellom eksperimentelle data og teori.
- En lommeregner med grafisk vindu, regresjonsanalyse og listebehandling er et godt hjelpemiddel når eksperimentelle data skal organiseres og analyseres.
- I første omgang bør elevenes analyse av data med lommeregner ikke gå lenger enn å finne 2.-gradskurven som best beskriver observasjonene og så tolke denne funksjonen.
- Nærmere analyse viser at tempografen gir systematiske feil. Analysen viser også hvordan data bør velges ut for å redusere de systematiske feilene.

Ved repetisjon på slutten av kurset kunne kanskje en nærmere undersøkelse av tempograf til undersøkelse av fall være et prosjekt?

Bjørn S. Lerkerød
Realistene, Tekna